Optimieren mit Evolutionsstrategien

Die optimale Organisation von Abläufen unter Berücksichtigung von Ressourcen und Kapazitäten ist für Wirtschaftsbetriebe ein entscheidendes Problem, das sich mit den exakten Methoden der Mathematik oft nicht lösen läßt. Wo jedoch deterministische Verfahren an der Komplexität scheitern, können der Natur nachgebildete Strategien helfen, effizient das Optimum zu finden.

Von Paul Ablay

Die moderne Wirtschaft hat einen Komplexitäts- und Verflechtungsgrad erreicht, bei dem sich die Folgen einzelner Entscheidungen meist nicht mehr überschauen lassen. In dieser Situation ist der Manager auf Entscheidungshilfen angewiesen, die ihm unter Berücksichtigung aller Faktoren den geeignetsten Weg zu einem gewünschten Ziel aufzeigen. Dabei können ihm Optimierungsmodelle – im Prinzip zumindest – die nötigen Entscheidungsgrundlagen liefern. Voraussetzung für ihren Einsatz ist eine Übertragung der ökonomischen Probleme in die Formalstrukturen der Mathematik. Mit dem Instrumentarium der Unternehmensforschung, dem sogenannten Operations Research (OR), ist dies in den letzten Jahrzehnten in einigen Fällen gelungen.

Entwickelt wurden dabei allerdings ganz überwiegend lineare Modelle, von denen das bekannteste wohl das Simplexverfahren ist (siehe „Wirtschaftsfaktor lineare Programmierung" von Robert G. Bland in Spektrum der Wissenschaft, August 1981). Teils mag das an der Struktur der nachzubildenden Probleme liegen. Ein Hauptgrund ist sicherlich aber auch, daß sich für nichtlineare oder diskrete Optimierungsprobleme nur wesentlich schwieriger praktikable Lösungsverfahren entwickeln lassen. Zudem sind diese Algorithmen meist hochspezialisiert und beschränken sich gänzlich auf den jeweiligen engen Problemkreis.

Nun wendet die Natur freilich seit Milliarden von Jahren höchst erfolgreich eine äußerst flexible Optimierungsstrategie an: die Evolution. Durch das Zusammenspiel von Mutation, Selektion, sexueller Fortpflanzung und anderen Faktoren hält sie einen Selbstorganisationsprozeß aufrecht, der einst Leben aus toter Materie entstehen ließ, Tier- und Pflanzenarten hervorgebracht hat und dem zu guter Letzt auch wir Menschen unsere Existenz verdanken. Damit erreicht sie immer wieder eine optimale Anpassung lebendiger Systeme an ihre Umwelt.

Evolution findet aber auch in vielen anderen, ebenso grundlegenden Bereichen statt: bei der Bildung der Strukturen im Universum, bei sogenannten dissipativen Reaktionen auf der Molekülebene oder bei geschichtlichen, sprachlichen oder allgemein kulturellen Entwicklungen. Es scheint, als sei sie das universelle Prinzip jeglicher Art von Selbstorganisation.

Trotz der allgegenwärtigen Bedeutung der Evolution wurden ihre erfolgreichen Prinzipien erstaunlicherweise bisher jedoch kaum vom Menschen für sich genutzt. Vielleicht verleitete die Langsamkeit der biologischen Evolution zu dem Trugschluß, Evolutionsstrategien seien prinzipiell zeitaufwendig und wenig effizient. Der Berliner Professor für Ingenieurwissenschaften Ingo Rechenberg hat jedoch schon vor einer Reihe von Jahren eine Mutations-Selektions-Strategie erfolgreich auf der Basis des Versuch- und Irrtum-Prinzips zur Entwicklung optimaler Körperformen der Strömungstechnik angewandt und ist damit – etwa bei einer Düse – zu erstaunlichen Formen gelangt, die sich durch hohe Wirkungsgrade auszeichneten. Dieses Ergebnis verblüfft um so mehr, als die Experimentiermethode recht simpel war, das mathematische Lösungsinstrumentarium aber an der Komplexität scheiterte.

Angeregt durch Rechenbergs Arbeiten habe ich nach Möglichkeiten gesucht, mit Evolutionsstrategien auch ökonomische Fragestellungen anzugehen. Ein wichtiges wirtschaftliches Problem, für das es bisher nur begrenzte Lösungsansätze gab, ist beispielsweise die Maschinenbelegungsplanung. Dabei geht es darum, einen vorhandenen Maschinenpark unter Berücksichtigung von Lieferterminen so optimal auszunutzen, daß möglichst wenig Stillstandszeiten oder Umrüstkosten entstehen. Für dieses und andere Probleme habe ich Rechenprogramme entwickelt, die deutlich flexibler sind und in kürzerer Zeit das Optimum finden als herkömmliche Verfahren.

Grobe Einteilung der Optimierungsverfahren

Optimieren bedeutet im allgemeinen, die beste Lösung für eine gegebene Aufgabenstellung zu finden. Bildlich kann man sich ein Optimierungsproblem als die Suche nach dem höchsten Gipfel in einem Gebirge vorstellen. An jeder Stelle, die durch ein Koordinatenpaar spezifiziert ist, hat das Gebirge eine bestimmte Höhe. Die Koordinaten stehen dabei für die variablen Größen und die Höhe für die Qualität der bei diesen Variablenwerten erhaltenen Lösung. Die Topographie des Gebirges ist durch die Zielfunktion bestimmt. Es gilt nun, die Stelle (das Koordinatenpaar) zu finden, an der sich der höchste oder tiefste Punkt (je nachdem ob maximiert oder minimiert wird) befindet. Natürlich kann das Gebirge je nach der Zahl der Variablen auch höhere Dimensionen besitzen.

Wie Bergsteiger suchen sich die meisten Lösungsverfahren schrittweise dem Optimum zu nähern. Die Schrittfolge geschieht nach bestimmten Regeln, wobei Schrittweite und -richtung mit Hilfe einer Metrik definiert werden. Wichtig sowohl für den Bergsteiger als auch für den Algorithmus ist die Frage, ob alle Hindernisse auf dem Weg zum Ziel zu überwinden sind und nach welcher Zeit das Ziel erreicht wird. Anhand dieser Informationen läßt sich die Konvergenzgüte des Optimierungsverfahrens beurteilen.

Grob betrachtet, kann man anhand der Konvergenzaussage drei Methoden unterscheiden, um die höchste Bergspitze zu finden. Am zuverlässigsten, aber auch am aufwendigsten sind exakte Verfahren. Sie garantieren, daß man in einer endlichen Zahl deterministisch vorgegebener Schritte beim Optimum ankommt. Leider aber wird der Bearbeitungsaufwand für viele in der Praxis relevanten Probleme so groß, daß selbst die schnellsten Rechner daran scheitern. Solche Verfahren sind daher nur bei relativ kleinen oder einfachen Problemstrukturen wie der linearen Programmierung einsetzbar.

Am anspruchslosesten, aber auch am unzuverlässigsten sind heuristische Lö-

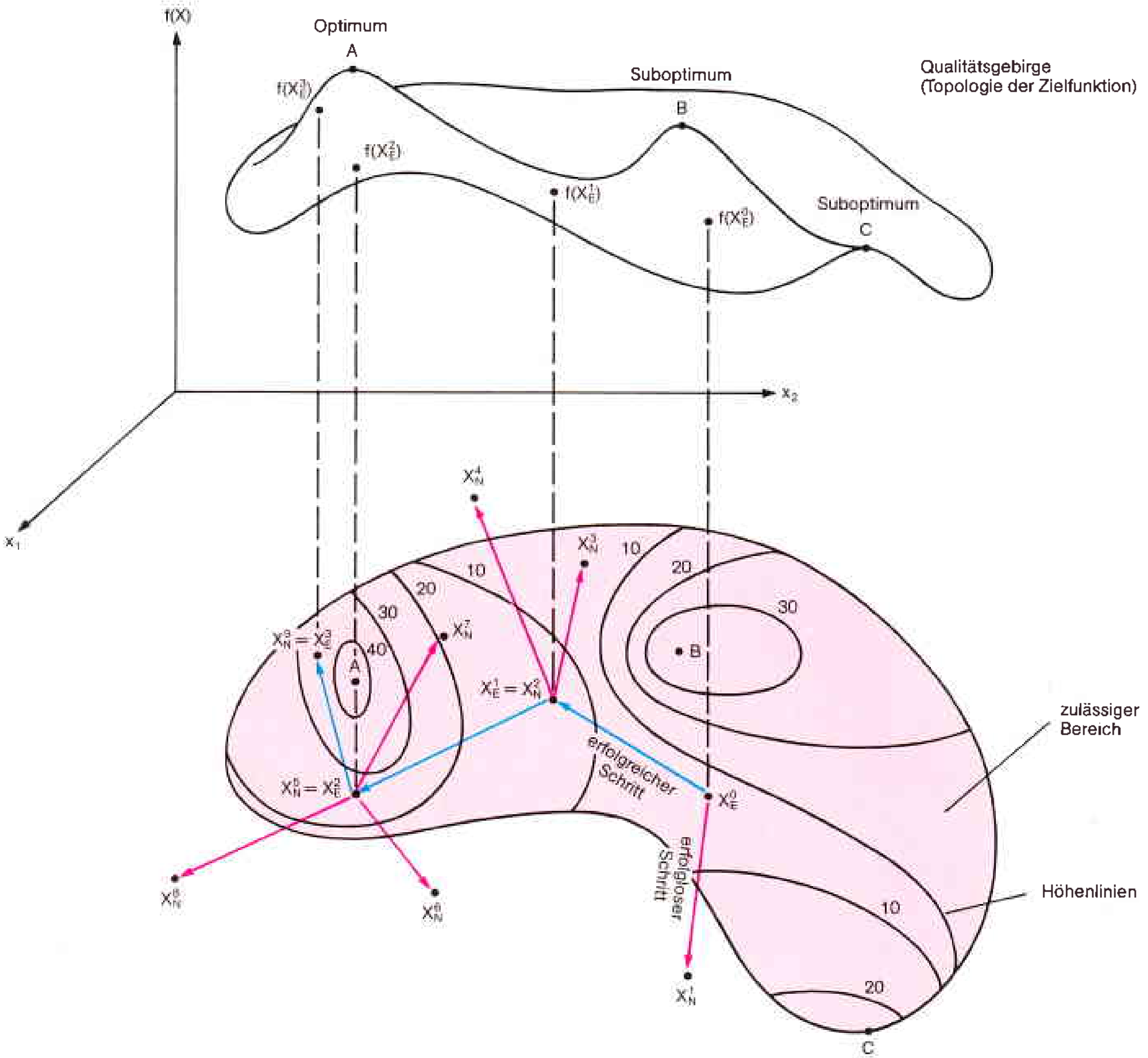

Bild 1: Die Arbeitsweise einer Mutations-Selektions-Strategie ist hier für ein zweidimensionales Optimierungsproblem veranschaulicht, dessen Variable x_1 und x_2 durch Nebenbedingungen (Restriktionsungleichungen) auf einen zulässigen Bereich beschränkt sind. Oben ist die zu optimierende Funktion (die sogenannte Zielfunktion) in Abhängigkeit von den beiden Parametern x_1 und x_2 als Qualitätsgebirge räumlich skizziert. Unten erscheint dieses Gebirge als ebene Projektion mit Höhenlinien. Gesucht wird hier nach dem globalen Maximum, das heißt der höchsten Bergspitze. Die Optimierung startet an dem wahllos herausgegriffenen Punkt X_E^0, von dem aus ein Schritt in eine beliebige Richtung gemacht wird; über die Schrittweite entscheidet ein normalverteilter Zufallsprozeß mit einem bestimmten Streumaß. Hat der Schritt aufwärts geführt und ist er im zulässigen Bereich geblieben, dient die erreichte neue Position als Ausgangspunkt für den nächsten Schritt. Sonst wird die Ortsveränderung rückgängig gemacht und vom alten Ausgangspunkt ein neuer Schritt probiert. Auf diese Weise ist hier nach neun Schritten die Position X_N^9 (der neunte Nachkommenvektor) erreicht, die zugleich dem dritten Eltervektor X_E^3 entspricht. Sie liegt schon recht nahe an dem globalen Optimum *A* (die Punkte *B* und *C* entsprechen lokalen Suboptima). Für weitere Qualitätsverbesserungen müßte das Streumaß für die Schrittweite verkleinert werden. Der Name Mutations-Selektions-Strategie rührt daher, daß wie bei der Evolution zunächst eine Zufallsänderung (Mutation) stattfindet, das Ergebnis dieser Änderung dann bewertet und entweder angenommen oder verworfen wird (Selektion).

sungsverfahren. Sie kommen ohne genaue Analyse der Ordnungsstrukturen des „Qualitätsgebirges" aus, vollziehen ihre Schritte nach willkürlichen, plausibel erscheinenden Regeln und können aus diesem Grund auch nicht gewährleisten, daß das Optimum erreicht wird. Ein typischer Vertreter dieser Methode ist die bekannte fifo-Regel zur Bestandsoptimierung (nach englisch: *first in, first out*, das heißt, was zuerst ins Lager kommt, sollte auch zuerst wieder herausgeholt werden). Solche Verfahren erfordern meist nur geringen Rechenaufwand, werden deshalb auch oft ohne Computer gehandhabt und erfreuen sich in der Praxis großer Beliebtheit. Leider liegen ihre Ergebnisse meist weitab vom Optimum.

Einen Mittelweg zwischen diesen beiden Extremen bilden Näherungsmethoden, die sich nach deterministischen oder probabilistischen Regeln an das Optimum herantasten. Zwar finden sie dieses unter Umständen erst bei einer Schrittzahl gegen Unendlich, dafür aber lassen sie sich nicht durch Hindernisse aufhalten und vermögen sich dem Optimum bei entsprechender Konditionierung sehr schnell zu nähern oder es gar einzustellen. Dem Manko, daß man an keiner Stelle der Schrittentwicklung sicher weiß, ob die gefundene Lösung auch wirklich optimal ist, steht in vielen Fällen die Fähigkeit von Näherungsverfahren gegenüber, auch bei komplexen Problemen rasch eine akzeptable Lösung zu liefern.

Als Näherungsverfahren wohlbekannt ist die Monte-Carlo-Methode. Sie gleicht, um bei unserer Gebirgsmetapher zu bleiben, dem Versuch, mit verbundenen Augen auf einer Landkarte den höchsten Punkt mit einer Nadel exakt zu treffen. Ein Nachteil dieser blinden Suchmethode ist, daß kein Schritt auf dem anderen aufbaut. Alle Schritte könnten im Prinzip gleichzeitig – simultan – erfolgen: Sie stehen in keinem Bezug zueinander.

Genau dieses Manko vermeiden die Evolutionsstrategien: Ihre Schritte stützen sich auf die Erfahrungen, die in den vorangegangenen Versuchen gewonnen wurden. Infolgedessen müssen die Schritte auch nacheinander – sequentiell – ausgeführt werden. Richtig konstruiert ergeben Evolutionsstrategien sehr effiziente Näherungsverfahren.

Der Grundalgorithmus

Das wohl wirkungsvollste Prinzip der biologischen Evolution hat bereits vor mehr als einem Jahrhundert der englische Biologe Charles Darwin erkannt. Er postulierte als treibende Kraft der Artenentwicklung das Wechselspiel von Mutation und Selektion. Das Grundprinzip dieses biologischen Handlungsschemas läßt sich nicht nur leicht auf andere Problemstellungen übertragen, sondern auch recht einfach kalkülisieren (Bild 1). Auf das Beispiel unseres Bergsteigers übertragen heißt das: Zuerst wird ein beliebiger Schritt ausgeführt (Mutation) und sein Ergebnis dann darauf überprüft, ob sich die Qualität der Lösung verbessert hat. Ging der Schritt abwärts oder in den unzulässigen Bereich, wird er wieder rückgängig gemacht; im anderen Falle dient die neue Position als Ausgangspunkt für den nächsten Schritt (Selektion).

Um nun aber nicht in das blinde Probierschema der Monte-Carlo-Methode zu verfallen, unterwirft man die Schritte einem gewichteten Zufallsprozeß, der sowohl gewisse Schrittweiten als auch gewisse Schrittrichtungen bevorzugt. Die Wichtung sollte vernünftigerweise der jeweiligen lokalen Umgebung angepaßt sein. Geht der Bergsteiger nämlich im Trippelschritt, nähert er sich dem Ziel zu langsam. Mit Siebenmeilenstiefeln dagegen gelangt er womöglich über den Gipfel hinweg gleich ins nächste Tal.

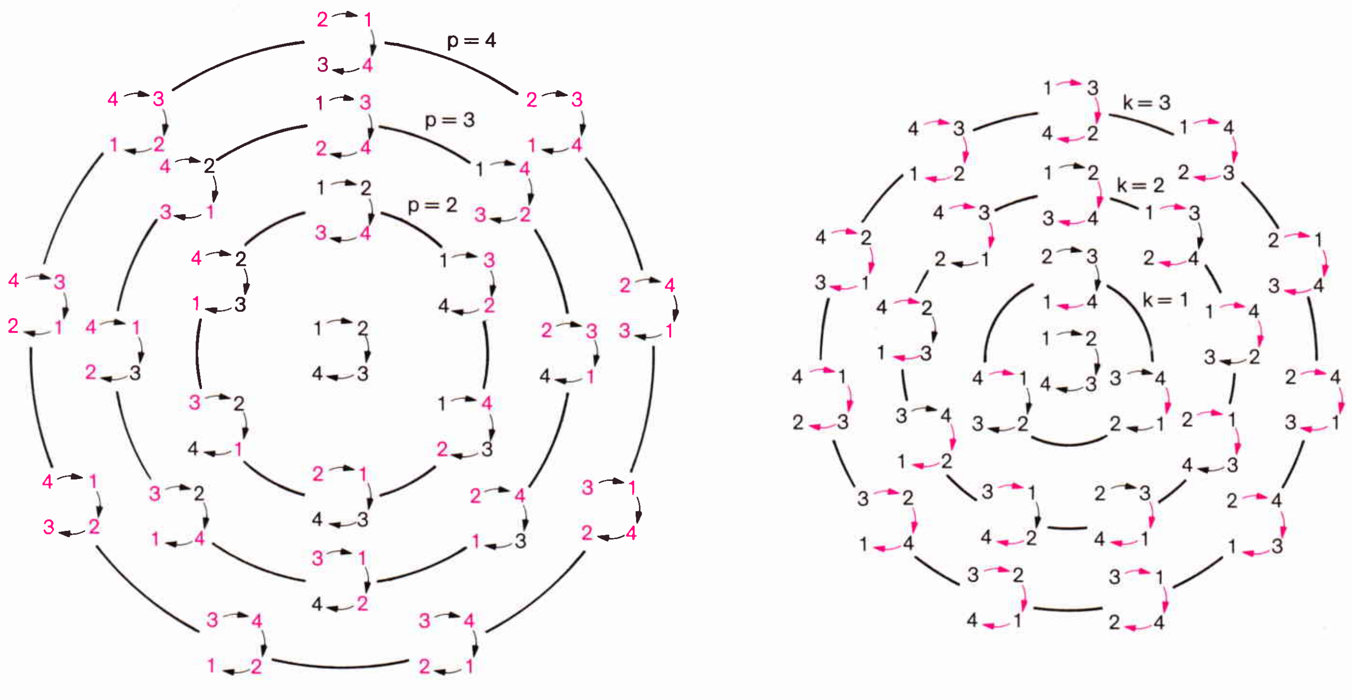

Bild 2: Eine bekannte Klasse von Optimierungsproblemen sind die sogenannten Reihenfolgeprobleme, bei denen für mehrere Aktivitäten die günstigste Reihenfolge gesucht wird. Wie hier an einem Beispiel mit vier Aktivitäten 1, 2, 3 und 4 gezeigt ist, kann man ausgehend von einer Reihenfolge 1→2→3→4 die übrigen Reihenfolgen, die zusammen den Lösungsraum des Problems bilden, auf zwei unterschiedliche Arten durch Mutation erzeugen: indem man einzelne Aktivitäten (graphentheoretisch Knoten genannt) neu positioniert (links) oder die Verbindungen zwischen den Aktivitäten (die „Kanten" des Graphen) ändert (rechts). Ersteres sei als Positions-(*p*-), letzteres als Kanten-(*k*-)Mutation bezeichnet. Mit der Angabe der Positions- beziehungsweise Kantenänderungen (hier farbig gekennzeichnet) sind zugleich zwei Maßsysteme (Metriken) festgelegt, durch die sich die Schrittweiten einer Mutation eindeutig definieren lassen. Auch bei vorgegebener Schrittweite bleiben dabei genügend Freiheitsgrade, daß die Mutation ihren Zufallscharakter bewahrt; denn pro Distanz stehen praktisch stets mehrere unterschiedliche Reihenfolgen zur Auswahl; ihre Zahl – als Mächtigkeit bezeichnet – nimmt mit der Schrittweite zu.

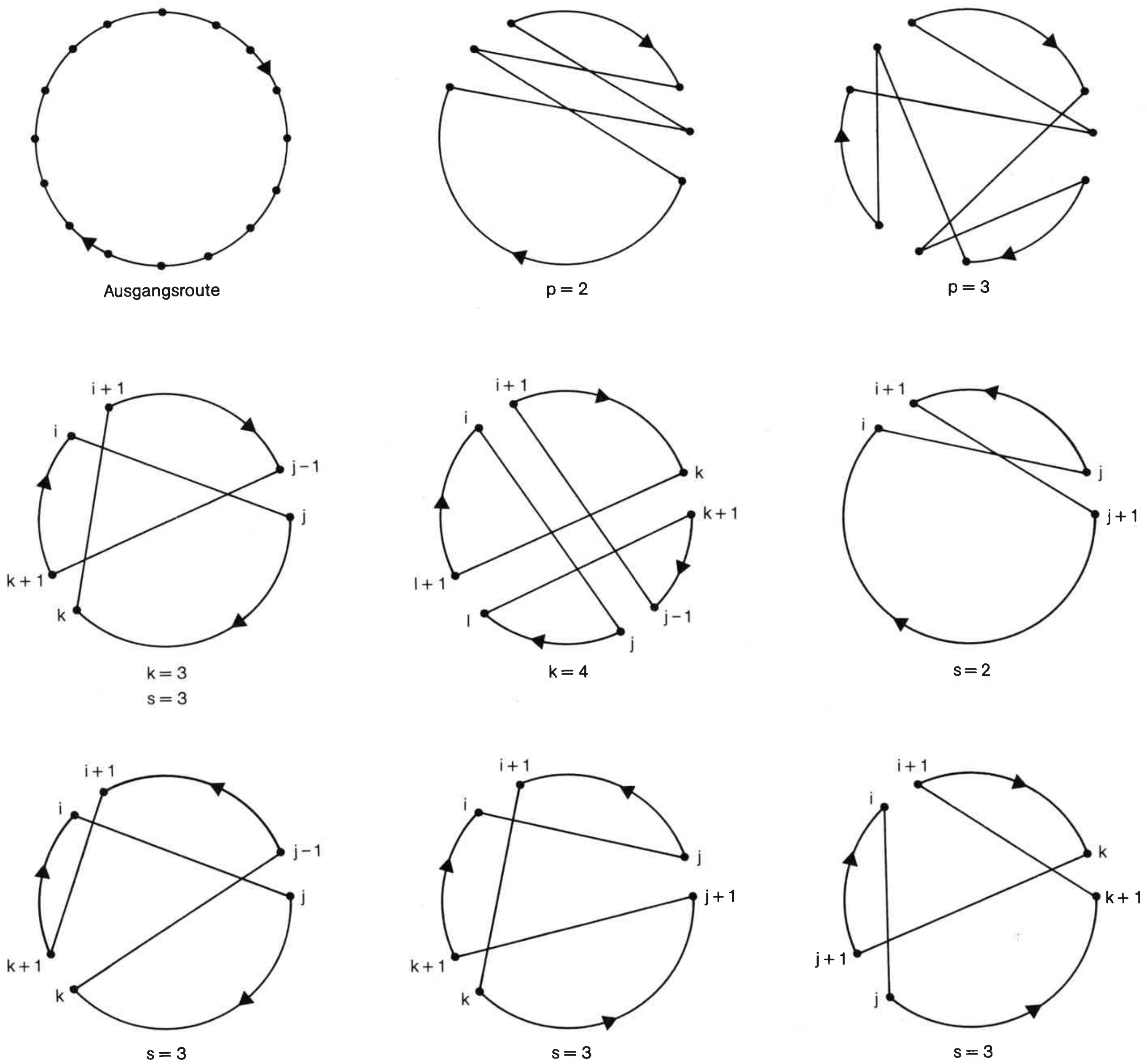

Bild 3: Das bekannteste Reihenfolgeproblem ist das Problem des Handlungsreisenden. Dabei sucht ein Geschäftsmann für eine Rundreise durch mehrere Städte nach der kürzesten Route. Eine beliebige Ausgangsroute ist links oben als geschlossener Kreiszug dargestellt, in dem die Knoten für Städte und die Kanten für die Straßenverbindungen dazwischen stehen. Änderungen der Reiseroute lassen sich, wie in Bild 2 beschrieben, über Positions- oder Kantenmutationen erreichen. Wenn alle Straßenverbindungen in der Hin- und Rückrichtung gleich lang sind, spricht man von einer symmetrischen (sonst von einer asymmetrischen) Problemstellung. Das ermöglicht eine Variante der *k*-Mutationen, sogenannte symmetrische oder *s*-Mutationen, bei denen Kanten umgekehrt werden dürfen, ohne daß dies in die Bewertung der Schrittweite eingeht (denn die Länge der Route bleibt dabei ja gleich). Bei kleiner Schrittweite ergibt sich dadurch eine wesentlich größere Zahl von *s*- als von *k*-Mutationen; so lassen sich nach dem Aufbrechen von drei Kanten nicht nur eine (wie bei $k = 3$), sondern gleich vier neue Routen konstruieren.

Die hier beschriebene Strategie hat Rechenberg als Mutations-Selektions-Strategie bezeichnet; ich möchte sie im folgenden kurz MUSE-Strategie nennen. In Abwandlung ist sie auch als Zufallssuchmethode und im anglo-amerikanischen Sprachraum anschaulich als *creeping random search method* bekannt. Trotz ihres Namens ahmt sie die biologische Evolution allerdings nur grob vereinfachend nach. Die gesamte Population besteht nämlich nur jeweils aus einem Elter und seinem Nachkommen, wobei sich das Elternelement über viele Generationen behaupten kann. Dies ist für die Generationenfolge von Mehrzellern untypisch, läßt sich aber durchaus mit der Zellteilungsabfolge bei Einzellern vergleichen.

Die MUSE-Strategie ist Basisbaustein einer jeden Evolutionsstrategie (die daneben natürlich noch andere Mechanismen der biologischen Evolution beinhalten kann). Um die Leistungsfähigkeit von Evolutionsstrategien zu demonstrieren, habe ich sie an einigen schwierigen Problemen des Operations Research getestet, die der Klasse der sogenannten *NP*-vollständigen Probleme angehören. Solche Probleme sind berüchtigt dafür, daß sie schon bei wenigen Parametern die Kapazitäten auch von Großrechnern sprengen. Als typische und anschauliche Beispiele seien hier zunächst zwei Vertreter aus der Gruppe der Reihenfolgeprobleme herausgegriffen.

Reihenfolgeprobleme treten in vielen Bereichen der Wirtschaft auf, und zwar immer dann, wenn ein Ergebnis von der Ausführung verschiedener Aktivitäten abhängt und die Qualität des Resultates

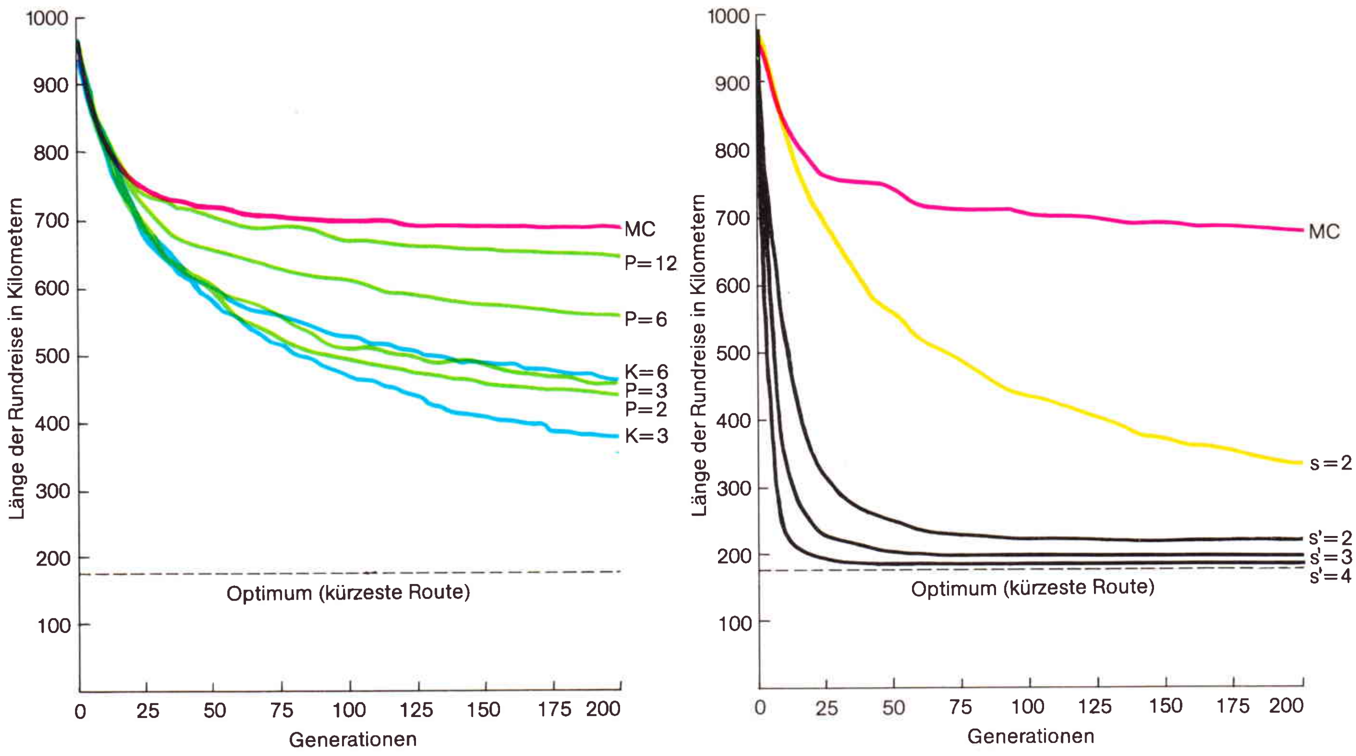

Bild 4: Die gemittelten Konvergenzverläufe verschiedener Mutations-Selektions-Strategien und eines blinden Suchverfahrens (der sogenannten Monte-Carlo-Methode, MC) sind in diesen Diagrammen für ein symmetrisches Rundreiseproblem mit 25 Städten einander gegenübergestellt. Man erkennt, daß sich die Evolutionsstrategien dem Optimalwert durchweg schneller nähern als das reine Zufallsverfahren. Wie man weiter sieht, konvergieren Strategien mit kürzeren Schrittweiten besser als solche mit längeren. Ebenso sind Strategien mit Kanten- denen mit Positionsmutationen überlegen. Den besten Konvergenzverlauf zeigen erwartungsgemäß gewichtete Evolutionsstrategien (durch s' gekennzeichnet), bei denen man die Schrittrichtung nicht völlig willkürlich wählt, sondern aussichtsreich erscheinende Richtungen bevorzugt (wie das im einzelnen geschieht, ist im Text des Artikels erklärt). Auch sie vermögen das Optimum selbst in aller Regel freilich nicht ganz zu erreichen.

durch die Reihenfolge der Aktivitäten bestimmt wird.

In diesem Sinne ist auch die biologische Evolution als ein Reihenfolgeproblem auf molekularer Ebene zu verstehen; denn durch nichts anderes als die Abfolge der Basisinformationsträger Adenin, Guanin, Thymin und Cytosin in der DNA werden die Aktivitäten des Lebens vorbestimmt.

Vor der Konstruktion einer MUSE-Strategie muß man sich eine günstige Möglichkeit zur Beschreibung der Schritte überlegen, das heißt eine problemgerechte Metrik definieren. Bei Reihenfolgeproblemen bietet sich an, Änderungen in der Position oder bei den Verbindungen zwischen den Positionen (in der Graphentheorie Kanten genannt) dazu heranzuziehen (Bild 2). Angenommen, es lägen zehn Aktivitäten (die Graphentheorie spricht von Knoten) vor, die durch die Ziffern 1 bis 10 gekennzeichnet werden, und zwei beliebige Reihenfolgen hätten folgendes Aussehen:

$$X_1 = (6, \ 4, 8, 5, 7, 2, 1, 10, 3, 9)$$
$$X_2 = (6, 10, 8, 5, 7, 2, 4, \ 1, 3, 9)$$

Der Abstand zwischen diesen beiden Folgen beträgt dann $p(X_1, X_2) = 3$, wenn er anhand von Positionsänderungen, und $k(X_1, X_2) = 5$, wenn er als Zahl der aufgebrochenen Kanten gemessen wird. Damit haben wir zwei Möglichkeiten, die Schrittweite anzugeben: Reihenfolgeänderungen, bei denen sie über Positionsänderungen definiert ist, seien als p-Mutationen, solche, bei denen sie im Kantenmaß beschrieben wird, als k-Mutationen bezeichnet.

Auch bei diesen Mutationstypen fällt eine gewisse Ähnlichkeit zur biologischen Evolution auf. Die p-Mutation erinnert an Punktmutationen innerhalb eines Gens, während die k-Mutation einer Translokation (Vertauschung oder Verschiebung) von Chromosomen-Abschnitten gleicht.

Reihenfolgeprobleme sind deshalb äußerst rechenintensiv, weil schon wenige Aktivitäten in einer Vielzahl unterschiedlicher Reihenfolgen ausgeführt werden können und die Zahl der Möglichkeit schnell ins Astronomische steigt. Allein für die obigen zehn Knoten gibt es 10! (sprich: zehn Fakultät) oder $10 \times 9 \times 8 \times \ldots \times 2 \times 1 = 3\,628\,800$ Reihenfolgen. Bei 100 Knoten sind es etwa 10^{157} – eine unvorstellbar große Zahl, die weit über die Anzahl der Atome im Weltall hinausgeht. Die Zahl der möglichen Reihenfolgen bezeichnet man als die Mächtigkeit des Problems. Das Optimum ist oft nur durch eine einzige Reihenfolge repräsentiert, die es unter dieser Fülle zu finden gilt.

Will man eine MUSE-Strategie konstruieren, sollte man sich vorher überlegen, welche der beiden genannten Mutationsarten (Positions- oder Kantenmutation) und welche Schrittweiten am geeignetsten sind. Für das obige Beispiel etwa macht es sehr wohl einen Unterschied, ob man eine Permutation mit $p = 3$ oder eine mit $k = 5$ durchführt: Im ersten Fall gibt es 240, im zweiten 38934 verschiedene Möglichkeiten.

Da über die Topologie der Qualitätsstrukturen im voraus kaum Kenntnisse vorliegen, habe ich bei der Wahl von Mutationstyp und Schrittweite zunächst als Arbeitsthese angenommen, daß das zu behandelnde Reihenfolgeproblem zumindest ein Qualitätsgebirge mit einer „zusammenhängenden" Topologie aufweist und damit in Optimumsnähe Mutationen mit kleinen Distanzen höhere Erfolgschancen haben als solche mit großen Schrittweiten. Beim Start von einer beliebigen Reihenfolge aus liegt zwar die Erfolgschance eines jeden Schrittes - egal wie weit er geht – zunächst im Mittel bei 1:1. Nach wenigen erfolgreichen Mutationen jedoch wird die Wahrscheinlichkeit, daß der nächste Schritt eine Verbesserung bringt, drastisch kleiner. Im Fall zusammenhängender Topologien ist dann bei kleinen Schrittweiten mit weniger Möglichkeiten die Chance größer, daß man zufällig einen der günstigen Schritte trifft, als bei großen Distanzen.

Die unbekannten Ordnungsstrukturen mit Thesen anzugehen, entspricht ganz dem biologischen Vorbild. Auch die Evolution kam zwangsläufig ohne Analyse der Problemstruktur aus, und ihre Arbeitsthesen manifestierten sich in Variationen ihrer Mechanismen. Kriterium war allein der Erfolg. In ähnlicher Weise sollten über aussagekräftige Testreihen die Konstruktionselemente für gut konvergierende Evolutionsstrategien zu einem jeden Problemtyp herauszufinden sein.

Das Problem des Handlungsreisenden

Das klassische Reihenfolgeproblem, das seit Beginn der vierziger Jahre in OR-Kreisen lebhaft diskutiert wird, ist das Problem des Handlungsreisenden. Dabei will ein Geschäftsmann nacheinander in n Städte fahren und sucht die kürzeste Route, die sie alle genau einmal berührt. Dieses Problem als solches hat zwar sicherlich keine große praktische Bedeutung. Es steht jedoch stellvertretend für alle Reihenfolgeprobleme, deren zu optimierende Größe (Zielfunktion) allein durch die Kantenlänge bestimmt wird. Beispiele sind etwa die Minimierung der Rüstzeiten auf einer Walzstraße, die beim Wechseln von einer Profilsorte auf die andere entstehen, oder das Problem, für eine Pipeline, in der verschiedene Chargen durch Isolierflüssigkeiten getrennt werden müssen, die Pumpfolge zu finden, bei der die geringsten Vermischungsverluste auftreten.

Für das Problem des Handlungsreisenden habe ich MUSE-Strategien mit verschiedenen, aber jeweils festen Schrittweiten konstruiert und in 30 Testläufen anhand eines zufällig bestimmten Städtemusters geprüft, wie schnell und wie weit sie sich dem Optimum nähern.

Bild 4 zeigt die gemittelten Konvergenzverläufe zusammen mit dem (in diesem Fall bekannten) Optimum sowie dem Ergebnis des Monte-Carlo-Verfahrens. Man erkennt, daß in Einklang mit der Arbeitsthese MUSE-Strategien mit kleinen Schrittweiten besser konvergieren als solche mit großen und daß k-Mutationen bessere Ergebnisse liefern als p-Mutationen. Allerdings ist auch in den besten Fällen das Ergebnis nach 200 Schritten immer noch weit vom Optimum entfernt.

Um die Effizienz des Optimierungsalgorithmus zu erhöhen, kann man versuchen, die Schrittrichtung nicht ganz dem Zufall zu überlassen, sondern von vornherein solche Mutationen zu bevorzugen, die das Ergebnis sehr wahrscheinlich verbessern. Als Kriterium für die Wahl einer günstigen Mutation bietet sich die Kantenlänge an. Schließlich soll die Summe der neugeknüpften Kanten ja kleiner sein als die der aufgebrochenen. Als Beispiel sei ein gewichtetes Kantenauswahlverfahren für eine Kantenmutation der Schrittweite 3 beschrieben.

Die Wahl der ersten aufzubrechenden Kante bleibt dem gleichverteilten Zufall überlassen; denn prinzipiell ist die Wahrscheinlichkeit, daß das Aufbrechen eine Verbesserung bringt, zunächst einmal für alle Kanten gleich. Die Endpunkte oder Knoten der ersten Kante seien x_i und x_{i+1}.

Als nächstes suchen wir nun einen Nachfolgeknoten für x_i. Dazu muß eine zweite Kante mit den Endpunkten x_j und x_{j-1} aufgebrochen werden. Bei der Wahl dieser Kante wird allerdings dem Zufall etwas nachgeholfen, indem man mit einer Wichtungsfunktion dafür sorgt, daß ihr einer Endpunkt x_j vorzugsweise nahe an x_i liegt und die neugeknüpfte Verbindung von x_i zu x_j somit eher kurz wird.

Schließlich gilt es noch eine dritte Kante aufzubrechen und ihre Endpunkte x_k und x_{k+1} mit den bislang frei gebliebenen Enden x_{i+1} und x_{j-1} zu verbinden. Die Wahl dieser Kante erfolgt nun streng deterministisch. Es werden einfach der Reihe nach sämtliche in Frage kommenden Kanten aufgeschnitten und die Längen der neu entstehenden Verbindungen berechnet. Die Wahl fällt dann auf die Kante, die dabei das beste Ergebnis liefert. Ist das Problem symmetrisch, sind also Hin- und Rückweg zwischen zwei Städte gleich lang, so sollen Kanten, bei denen sich lediglich die Richtung umgekehrt hat, nicht als geändert gelten. Dadurch ergeben sich zum Beispiel für Mutationen mit $k=3$ drei zusätzliche Modifikationen (siehe Bild 3).

Auch die Natur hält gewichtete Mutationen im Arsenal ihrer Verfahrens-

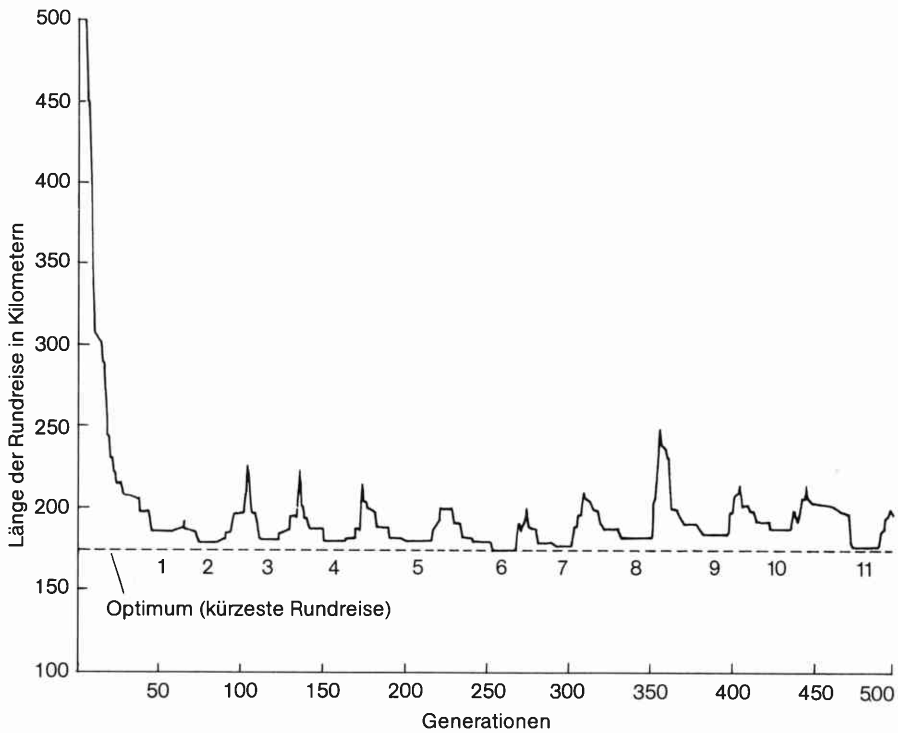

Bild 5: Suboptima sind ein ernsthaftes Hindernis für jede Evolutionsstrategie, weil von ihnen aus in einem Schritt gewöhnlich nur noch Verschlechterungen möglich sind. Damit eine Strategie nicht in solchen Sackgassen stecken bleibt, kann man mit einem Wechsel von Stabilisierungs- und Destabilisierungsphasen arbeiten. In der Stabilisierungsphase nähert sich die Strategie, wie bisher beschrieben, einem Optimum, das aber möglicherweise nur ein Suboptimum ist. Sobald nach einer bestimmten Zahl von Schritten keine Verbesserung mehr eintritt, beginnt die Destabilisierungsphase, in der auch solche Mutationen als erfolgreich bewertet werden, die eine Verschlechterung bewirken, sofern diese innerhalb gewisser Grenzen (der Selektionsbreite) bleibt. Nach einer zufällig bestimmten Zahl solcher Schritte schließt sich dann die nächste Stabilisierungsrunde an. Mit dieser Methode wurde für das gleiche Rundreiseproblem wie in Bild 4 mit einer Strategie mit gewichteten symmetrischen Kantenmutationen ($s'=3$) in der sechsten Stabilisierungsphase das Optimum gefunden.

techniken bereit. So enthalten die Chromosomen quasi vorgegebene Bruchstellen, an denen sie bevorzugt auseinanderbrechen (worauf die Bruchstücke sich neu gruppieren können) oder an denen besonders häufig Genstücke eingeschoben oder herausgeschnitten werden. Damit finden auch in der Natur „Kantenänderungen“ nicht rein zufällig statt. Daß sich die Ausbeute an günstigen Mutationen dadurch erhöht, darf vermutet werden.

In Computer-Simulationen jedenfalls sind MUSE-Strategien mit gewichteten Mutationen den einfachen Varianten klar überlegen. Wie Bild 4 zeigt, führen sie bei einem Beispiel mit 25 Knoten in wenigen Schritten zu Lösungen nahe dem Optimum. Das gilt insbesondere für den symmetrischen Fall.

Die Überwindung von Suboptima

Trotzdem erreichen auch diese Strategien das Optimum gewöhnlich nicht ganz. Meist nämlich bleiben sie in sogenannten Suboptima gefangen. Das sind, um noch einmal auf den Gebirgsvergleich zurückzukommen, lokale Berggipfel, von denen es bei kleinen Schrittweiten in allen Richtungen nur abwärts geht. Suboptima bilden für jede Art von Evolutionsstrategie nur schwer zu umgehende Sackgassen.

Wieder scheint es angebracht, sich nach Mechanismen in der lebendigen Natur umzusehen, die ja trotz vieler Sackgassen (für die all die vielen ausgestorbenen Arten sprechen) zu immer höheren Lebensformen gefunden hat. Sehr erfolgreich war sicherlich das Prinzip der sexuellen Fortpflanzung, nämlich die Erzeugung eines Nachkommen durch die Neukombination der Gene zweier Elternteile. Der hierdurch erzielte Informationsgewinn machte erst den Evolutionsschub zur Entwicklung der höheren Arten möglich. Läßt sich dieses Prinzip auch erfolgreich auf das Problem des Handlungsreisenden anwenden?

Wenn das Qualitätsgebirge, wie oben angenommen, zusammenhängend ist, sollte jedes Suboptimum bereits eine Reihe von Kanten enthalten, die mit denen des Optimums übereinstimmen. Eine Rekombinationsstrategie könnte demnach suboptimale Reihenfolgen auf Kantengleichheit überprüfen und die Knoten, die einen Kantenzug aus übereinstimmenden Kanten begrenzen, jeweils zu einem einzigen, neuen Knoten zusammenfassen. Dadurch wird die Kantenzahl verringert und der Lösungsraum erheblich eingeschränkt, was wiederum die Chancen erhöht, die optimale Reihenfolge zu finden. Voraussetzung ist natürlich, daß der zusammengefaßte Kantenzug keine nicht optimale Kante enthält. Falsche Reduktionen werden am ehesten vermieden, wenn man möglichst viele Suboptima miteinander vergleicht.

Obwohl sich mit dieser Strategie, die eine parallele Optimierung verschiedener Reihenfolgen erfordert, Suboptima überwinden lassen, steht ihr relativ hoher Rechenaufwand einem Einsatz in der Praxis entgegen. Probleme mit 25 Städten beanspruchten bereits mehrere Rechnerminuten. Akzeptable Rechenzeiten böte nur ein Parallelrechner, der gleichzeitig mehrere Reihenfolgen zu optimieren vermöchte. Eine solche Parallelentwicklung ist zwar in der Natur gang und gäbe, scheitert in der Computer-Simulation aber daran, daß es bisher praktisch nur serielle Rechner gibt.

Einen anderen vielversprechenden Ansatz bietet die Theorie des gestörten Gleichgewichts, die in den vergangenen Jahren von Evolutionsbiologen entwickelt worden ist (siehe „Die Evolution des Darwinismus“ in Spektrum der Wissenschaft, September 1985). Die Vertreter dieser Theorie, die sogenannten Punktualisten, leiten aus Fossilfunden ab, daß die morphologische Evolution weitaus unstetiger abgelaufen sei, als Darwin und nach ihm die Vertreter der synthetischen Theorie angenommen haben. Lange stationäre Phasen wechseln demnach mit kurzen Perioden intensiven Wandels ab. Ein möglicherweise über Jahrmillionen hinweg bestehendes Gleichgewicht destabilisiert sich für kurze Zeiträume, so daß neue Merkmale im Genpool die Oberhand gewinnen.

Ähnlich kann man auch eine Evolutionsstrategie aufbauen: In Stabilisierungsphasen werden Suboptima aufgesucht und in instabilen Phasen wieder verlassen. Eine Wiederholung dieses Procedere führt über kurz oder lang auch zum Optimum. Da die Variationsmöglichkeiten bei einer solchen Vorgehensweise nahezu unbegrenzt sind, möchte ich ein auf Effizienz getestetes Programm etwas ausführlicher beschreiben.

Erfolg über begrenzte Verschlechterungen

Für die Stabilisierungsphase dient die gewichtete MUSE-Strategie mit Kantenschrittweiten von 3. Nach $n/2$ aufeinanderfolgenden erfolglosen Mutationen (n steht für die Zahl der Städte) wird diese Phase jeweils abgebrochen.

Die Destabilisierungsphase benutzt den gleichen Grundalgorithmus, allerdings erweitert um zwei Regeln. Nach der ersten werden auch qualitätsverschlechternde Mutationen als erfolgreich bewertet, sofern der Qualitätsverlust nicht über einem vorgegebenen Grenzwert liegt. Der Grenzwert richtet sich dabei nach den Größenordnungen der letzten Qualitätsverbesserungen. Er wird jeweils verdoppelt, wenn die gewichteten Mutationen erfolglos bleiben. Damit ist die strenge Selektionsvorschrift durch eine „weiche“ Selektionsbreite ersetzt, die auch etwas schlechteren Reihenfolgen die Chance gibt, die Schrittentwicklung zu beeinflussen. Nach der zweiten Zusatzregel dürfen einmal aufgebrochene Kanten während der Destabilisierungsphase nicht mehr angetastet werden. Das ist wichtig, um eine Rückkehr zum gerade erst verlassenen Suboptimum zu verhindern.

Nach einer per Zufallsprozeß bestimmten Zahl erfolgreicher Mutationen wird die Destabilisierungsphase abgebrochen. Das ganze Programm endet nach einer vorgegebenen Phasenzahl. Da das Optimum nicht von vornherein als solches erkennbar ist, wird es natürlich wie die Suboptima auch in einer Destabilisierungsphase wieder verlassen. Am Ende muß also noch geprüft werden, welches der erreichten Minima das kleinste war. Bei ihm handelt es sich vermutlich um das Optimum.

Der typische Konvergenzverlauf dieser Strategie ist in Bild 5 gezeigt. Nach der anfänglichen schnellen Annäherung an das Optimum, schwankt die Qualität der Lösungen entsprechend den Stabilisierungs-Destabilisierungs-Zyklen in der Nähe des Bestwerts. Das Optimum wird in diesem Beispiel in der sechsten Stabilisierungsphase gefunden.

Ganz allgemein sind die mit dieser Strategie erzielten Ergebnisse beeindruckend. Auf einer 370/168-Rechenanlage der Firma IBM waren die aus der Literatur bekannten Optima für symmetrische Rundreiseprobleme mit bis zu 50 Städten meist nach wenigen Sekunden Rechenzeit gefunden. In Ausnahmefällen wurden bis zu zwei Minuten gebraucht.

Für längere Rundreisen gibt es kaum noch Literaturbeispiele, für die das Optimum mit deterministischen Verfahren ermittelt wurde. Bei dieser Größenordnung verlangen exakte Lösungsmethoden immer noch intuitive Zwischenschritte und damit mehrere Programmdurchläufe. Auf diese Weise hat Martin Grötschel von der Universität Augsburg (damals war er noch am Institut für Ökonometrie und Operations Research der Universität Bonn) für ein 120-Städte-Rundreiseproblem das Optimum in 13 Programmdurchläufen bestimmt (Bild 6). Mein Programm fand die optimale Rou-

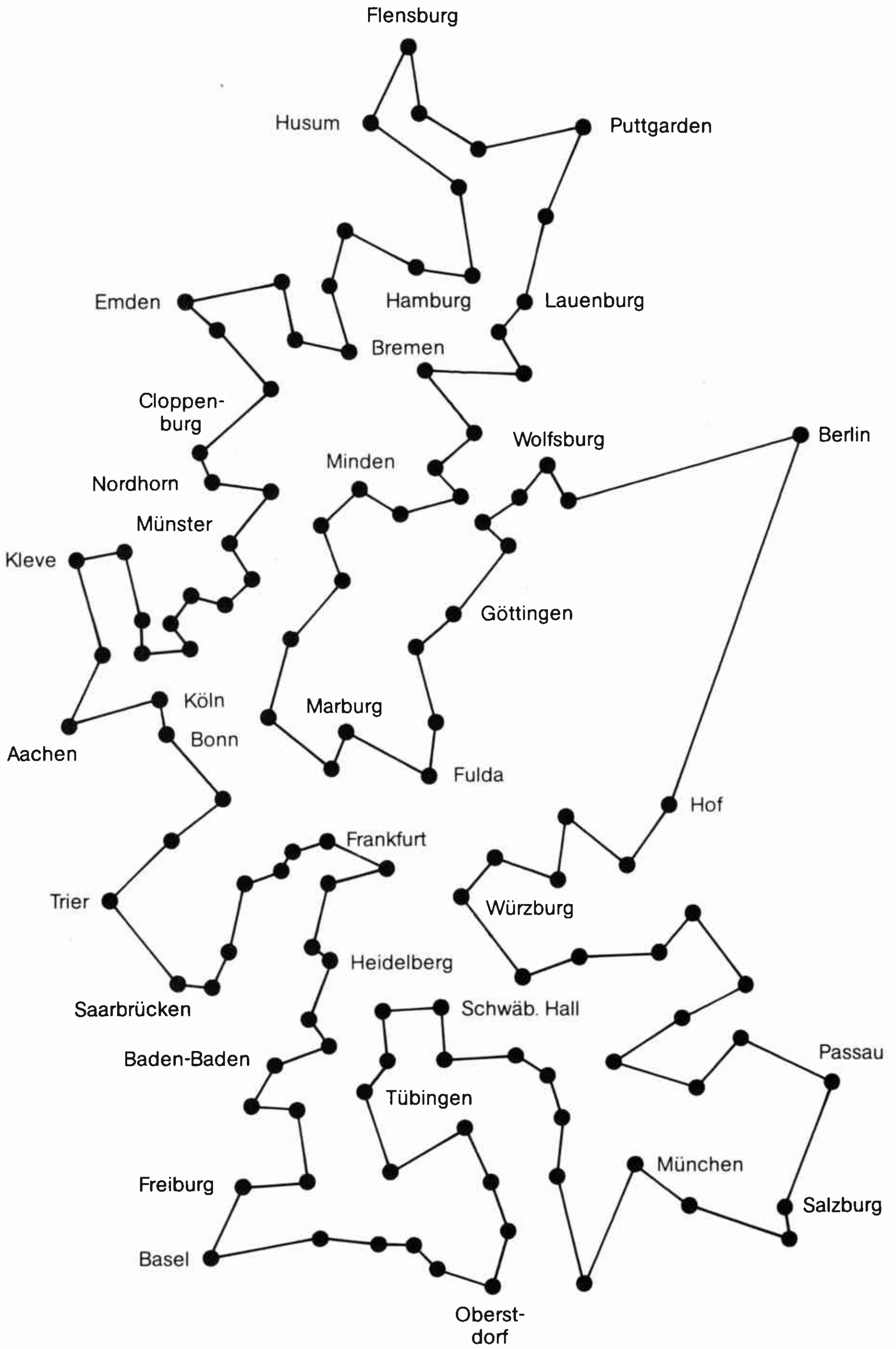

Bild 6: Kürzeste Rundreise, die durch 120 Städte aus der Bundesrepublik Deutschland und dem deutschsprachigen benachbarten Ausland führt. Die gezeigte Route ist eine von ungefähr 6×10^{196} möglichen – das sind weitaus mehr, als das Universum insgesamt an Elementarteilchen enthält. Das Problem stammt von Martin Grötschel von der Universität Augsburg, der in 13 Durchläufen an einem Großrechner mit einem exakten Verfahren die Lösung ermittelt hat. Ein Programm des Autors, das mit einer gewichteten Mutations-Selektions-Strategie arbeitete, fand die Lösung in 66 Sekunden in einem einzigen Durchlauf.

te bereits nach 66 Sekunden Rechenzeit – und das bei einem Lösungsraum mit etwa 6×10^{196} Elementen!

Damit scheint die wirkungsvolle Umsetzung evolutionärer Prinzipien zur Lösung eines so schwierigen Optimierungsproblems, wie es das des Handlungsreisenden ist, wohl gelungen. Zwar läßt sich, wie gesagt, nicht beweisen, daß das Optimum gefunden wird; diesem theoretischen Mangel steht jedoch als großes Plus die hohe Effizienz der Lösungsfindung in der Praxis gegenüber.

Anwendung auf die Maschinenbelegungsplanung

Nachdem am Beispiel des Rundreise-Problems das Prinzip und die Leistungsfähigkeit von Evolutionsstrategien demonstriert worden sind, möchte ich zeigen, wie man damit auch ein für die Praxis wichtigeres Problem erfolgreich angehen kann: das der Maschinenbelegungsplanung. In der Regel wird dabei nach der optimalen Bearbeitungsfolge von Werkstücken auf einem vorgegebenen Maschinenpark gesucht. Was diese Aufgabe schwierig macht ist vor allem, daß oft mehrere Zielkriterien gleichzeitig zu erfüllen sind. So gilt es nicht nur die Gesamtbearbeitungszeit zu minimieren, sondern auch dafür zu sorgen, daß die Kapazitäten möglichst gleichmäßig ausgelastet sind, die Auftragstermine eingehalten werden und die Umrüstkosten gering bleiben.

Die Größenordnung des Problems liegt in der Praxis nicht selten bei über 1000 Werksaufträgen. Exakte Verfahren scheitern meist schon ab etwa zehn Aufträgen an dem zu hohen Rechenaufwand. Man behilft sich daher gewöhnlich mit heuristischen Regeln oder wendet die Monte-Carlo-Methode an.

Um beurteilen zu können, wie gut die mit Evolutionsstrategien erzielten Ergebnisse sind, wäre jedoch der Vergleich mit exakten Resultaten wünschenswert. Daher möchte ich mich hier auf einen Modellansatz konzentrieren, für den beschränkte Angaben über optimale Lösungen bei Problemen mit bis zu etwa 100 Aufträgen vorliegen. Er ist unter dem Begriff Flowshop-Scheduling-Modell bekannt und hat als Zielvorgabe, die Gesamtdurchlaufzeit von n Werksaufträgen zu minimieren, die auf m Maschinen in jeweils gleicher Folge zu bearbeiten sind.

Bild 7 zeigt als Beispiel die Bearbeitungsfolge von zehn Werksaufträgen auf fünf Maschinen mit den jeweils angegebenen Maschinenbelegungszeiten. Wie man leicht erkennt, treten immer dann auf einer Maschine Brachzeiten auf, wenn auf die Bereitstellung des Auftrages aus der vorhergehenden Bearbeitungsphase gewartet werden muß.

Die für das Problem des Handlungsreisenden entwickelten Vorgehensweisen lassen sich weitgehend unverändert auf diese Problemstellung übertragen. Der empirische Konvergenzvergleich von MUSE-Strategien mit unterschiedlichen p- und k-Schrittweiten bestätigt auch hier, daß man mit kleinen Schrittweiten schneller an das Optimum herankommt (Bild 8). Eine Ausnahme ist allerdings die Kantenmutation mit $k = 1$: Sie bringt die schlechtesten Ergebnisse überhaupt. Generell schneiden – im Gegensatz zum Problem des Handlungsreisenden – die Strategien mit Positionsmutationen besser ab als die mit Kantenmutationen.

Anders als beim Rundreiseproblem ist beim Flowshop-Scheduling auch nicht

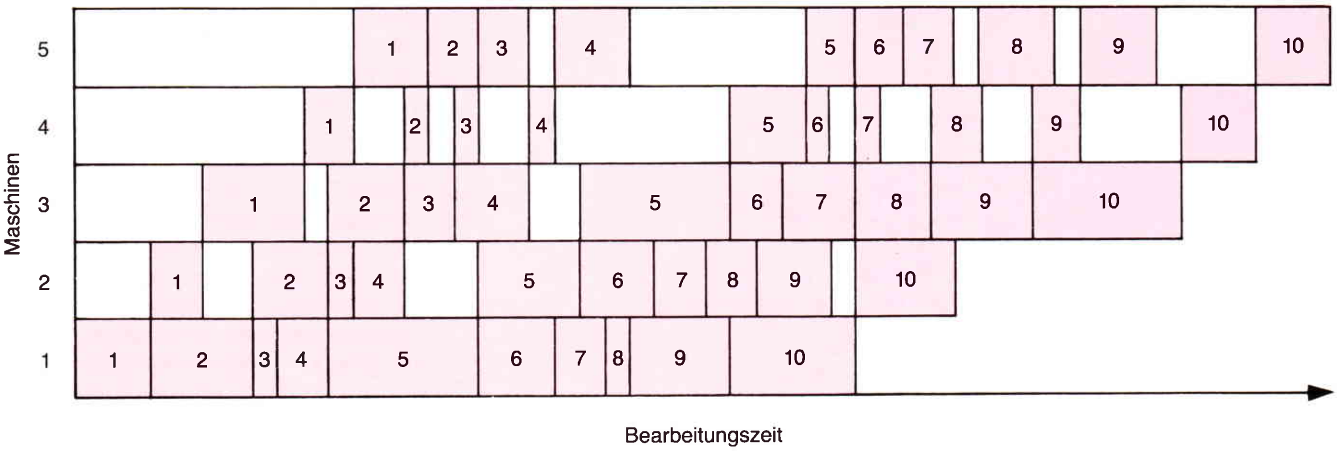

Bild 7: Beim Flowshop-Scheduling, einer Sonderform der Maschinenbelegungsplanung, geht es darum, für mehrere Werksaufträge, die nacheinander auf verschiedenen Maschinen bearbeitet werden müssen, diejenige Reihenfolge zu finden, bei der die Bearbeitungszeit insgesamt am geringsten ist. Hier ist ein Beispiel mit zehn Aufträgen gezeigt, die über fünf Maschinen laufen müssen. Die Optimierung der Maschinenbelegung ist ein wirtschaftlich sehr bedeutendes Problem, an dessen Komplexität exakte Lösungsverfahren in aller Regel scheitern. Da in der Praxis kaum Optimierungsverfahren verwendet werden, sind die allermeisten Maschinenanlagen sicherlich nicht optimal genutzt.

von vornherein unmittelbar ersichtlich, welche Wichtungskriterien angewendet werden sollten. Die Versuchsdurchläufe ergaben allerdings, daß Positionsänderungen der Aufträge am Anfang und Ende der Reihenfolge die Gesamtdurchlaufzeit am stärksten beeinflußten. Berücksichtigt man diesen Umstand sowie einige weitere problemspezifische Eigenheiten bei der Gewichtung der Mutationen, so läßt sich eine effiziente Evolutionsstrategie aufbauen, die wiederum mit einem Wechsel von Stabilisierungs- und Destabilisierungsphasen arbeitet. Ich habe sie MAMUT genannt (abgekürzt für Maschinen-Mutation).

Das MAMUT-Programm wurde versuchsweise auf Testbeispiele mit bis zu 100 Aufträgen angewandt, für die Günter Liesegang (damals an der Universität Köln) Ergebnisse von Optimierungsläufen publiziert hatte. Diese beruhten auf exakten Rechnungen mit einem Entscheidungsbaumverfahren, das jedoch wegen begrenzter Rechenkapazitäten jeweils vor dem Ausrechnen des Optimums abgebrochen worden war. Liesegangs Veröffentlichung enthält die bis dahin gefundenen Bestwerte sowie Angaben darüber, um wieviel Prozent sich diese Werte höchstens noch verbessern ließen.

Die Ergebnisse des MAMUT-Programms waren durchweg besser als Liesegangs Bestwerte. Sie lagen in der Nähe der von Liesegang genannten optimal möglichen Grenzwerte und repräsentierten in vielen Fällen sehr wahrscheinlich das Optimum. Erzielt wurden sie in Rechenzeiten deutlich unter zwei Minuten.

Zur Zeit bin ich dabei, die ersten Evolutionsstrategien zur Optimierung der Produktionsplanung in Firmen verschiedener Branchen zu implementieren. Dabei zeigt sich, daß vorgelagerte Aufgaben wie die Konstruktion des Zielfunktionsmodells anscheinend mehr Aufwand erfordern als die Anpassung der Evolutionsstrategie an betriebsspezifische Besonderheiten. So mußte in einem Fall die Steuerung einer vollautomatischen Maschinenanlage zuerst voll flexibel ausgelegt werden, um alle Kapazitätsreserven auszuschöpfen; in einem anderen Fall – der Herstellung von Spezialpapieren – war vorab das Wissen um die Einflußfaktoren der Reinigungszeiten beim Farbwechsel in allgemeine Regeln umzusetzen, die in einem Expertenmodell festgehalten wurden. Ein solcher Aufwand lohnt sich; denn oft verhindert nur fehlendes Know-how, daß kapitalintensive Anlagen voll genutzt werden.

Nichtlineare Probleme

Zum Schluß möchte ich noch zeigen, wie sich Evolutionsstrategien erfolgreich auch auf Probleme im reellen oder diskreten Zahlenbereich anwenden lassen, bei denen die Zielfunktion oder die Restriktionen oder beide nichtlinear sind. Dabei können im Prinzip die abenteuerlichsten Topographien auftreten. Das von der Zielfunktion gebildete Gebirge – der Lösungsraum – kann senkrechte Felswände und enge Schluchten aufweisen, ja Löcher enthalten und aus unzusammenhängenden Gebilden bestehen (Bild 9).

Aus diesem Grund ist es verständlich, daß nur für wenige einfache Problemstrukturen bisher überhaupt praktikable Lösungsverfahren existieren. Meist setzen sie voraus, daß die Zielfunktion und die Restriktionsungleichungen stetig differenzierbar sind (daß das Gebirge frei von Steilwänden, Ecken und Kanten ist) und daß der zulässige Lösungsraum keine Nebenoptima hat. Hier soll es dagegen um die Konstruktion einer Lösungsmethode für den allgemeinen Fall gehen.

Da die Topographie des Lösungsraumes (sprich: die Gestalt des Gebirges) und die Geometrie des zulässigen Bereiches so unterschiedlich und vielfältig sein können, fällt es schwer, die Mutation richtig zu konditionieren. Von einer Reihe von Autoren wurden die verschiedensten Vorschläge entwickelt. Am vielversprechendsten scheint mir der Ansatz von Rechenberg zu sein. Dieser wichtet jeden Variablenwert der Mutation über einen normalverteilten Zufallsprozeß, der bevorzugt Distanzen innerhalb seiner Streuweite generiert. Mit Hilfe einer theoretisch hergeleiteten 1/5-Erfolgsregel werden die Schrittweiten der lokalen Topographie angepaßt. Liegt die Erfolgsrate der Mutation über 1/5, ist das Streumaß um 20 Prozent zu vergrößern, andernfalls soll es um 20 Prozent gekürzt werden. Wohlgemerkt geschieht die Anpassung ohne Analyse.

Entsprechend lassen sich Adaptionsregeln für die Schrittrichtung aufstellen – etwa indem man erfolgreiche Zufallsschritte so lange wiederholt, bis ein Mißerfolg eintritt, oder indem man durch einen gewichteten Zufallsprozeß dafür sorgt, daß die neue Mutationsrichtung bevorzugt innerhalb eines Kegels um die Raumrichtungen der letzten erfolgreichen Mutationen liegt. Der Phantasie sind hier keine Grenzen gesetzt.

Leider führt auch dieses Verfahren jedoch nicht in allen Fällen zum Ziel. Beispielsweise kann sich in Randzonen des zulässigen Bereichs oder an Unstetigkeitsstellen der Zielfunktion die Erfolgswahrscheinlichkeit einer Mutation so drastisch verringern, daß die Schrittweite (im Mittel) immer kleiner wird und die Strategie sich in diesem lokalen Bereich regelrecht festbeißt. Außerdem werden Suboptima nicht überwunden.

Rückgriff auf die Populationsdynamik

Als Mittel gegen diese Schwierigkeit hat Hans-Paul Schwefel von der Universität Dortmund das Prinzip der Populationsdynamik aufgegriffen und die zweigliedrige, aus einem Elter und seinem Nachkommen bestehende MUSE-Strategie zu einer mehrgliedrigen Evolutionsstrategie erweitert, bei der mehrere Eltern und Nachkommen gleichzeitig im Spiel sind. Die nächste Generation rekrutiert sich dabei jeweils entweder – wie in der Natur – nur aus den besten Nachkommen oder aus der Elite von Eltern und Nachkommen. Im letzteren Fall können gute Eltern viele Generationen überleben.

Bei ausreichender Populationsstärke haben beide Strategien sehr gute Chancen, durch Problemzonen nicht aufgehalten zu werden. Auch die Wahrscheinlichkeit, daß das Globaloptimum gefunden wird, steigt mit der Größe der Population.

Schwefel hat zwei Computer-Programme (GRUP und REKO) mit Einzelschrittweitensteuerung geschrieben und sie an 50 Testproblemen mit bekannten direkten Suchverfahren verglichen. Bei beiden Programmen werden unter 100 Nachkommen von zehn Eltern die zehn besten als Eltern der nächsten Generation ausgewählt, wobei das REKO-Programm zusätzlich die Schrittweiten rekombiniert. Der Test zeigte, daß beide Programme Probleme mit nur einem Optimum zuverlässig lösen: Als einzige unter den von Schwefel betrachteten 14 Programmen fanden sie durchweg das Globaloptimum. Nur der hohe Rechenaufwand fiel negativ ins Gewicht.

Alternativ zu dieser Vorgehensweise kann man sich natürlich auch wieder über einen Wechsel von Stabilisierungs- und Destabilisierungsphasen dem Globaloptimum zu nähern versuchen. Die Stabilisierungsphase sollte dabei fähig sein, ein Optimum möglichst rasch zu lokalisieren und sich auch durch pathogene Topologien nicht aufhalten zu lassen, während die Destabilisierungsphase wie gewohnt dazu dient, suboptimale Bereiche zu verlassen.

Zur Konstruktion der Stabilisierungsphase wird Rechenbergs Mutationskonzept mit verschiedenen Adaptionsregeln wie Schrittweiten- und Schrittrichtungssteuerung, Selektionsbreitensteuerung und anderen mehr kombiniert. Allerdings empfehlen sich zwei wesentliche Modifikationen. Zum einen sollte der Anwender jeweils vorab entscheiden können, wie genau er jeden Variablenwert ermittelt haben möchte. Wenn ihm beispielsweise für eine Variable eine Genauigkeit in der Größenordnung von 0,01 genügt, sollten kleinere Änderungen im Variablenwert nicht berücksichtigt werden.

Die Beschränkung in der Genauigkeit ist allein deshalb schon sinnvoll, weil auch Computer wegen ihrer endlichen Speicherkapazität nur eine begrenzte Rechengenauigkeit haben und daher zur exakten Optimierung im kontinuierlichen Zahlenbereich ohnehin nicht fähig sind. Zudem kann das vorgegebene Genauigkeitsmaß als Kriterium für die Entscheidung dienen, wann die Stabilisierungsphase abgebrochen werden sollte – nämlich immer dann, wenn die automatisch angepaßten Schrittweiten für die Variablenänderungen (genauer: die Streumaße, über welche die Schrittweiten bestimmt werden) bei allen Variablen unter die Genauigkeitsgrenze gefallen sind.

Als zweites sollten bei einer Mutation nicht alle, sondern bevorzugt wenige Variable gleichzeitig verändert werden. Wieviele und welche das sind, läßt sich über einen Zufallsprozeß bestimmen, der kleine Variablenzahlen begünstigt. Gerade in Randzonen oder engen Schluchten führen Änderungen aller Variablen meist nur in unzulässige Umgebungen oder verletzen die Selektionsbedingung – Qualitätsverbesserungen sind hier allein durch die Anpassung

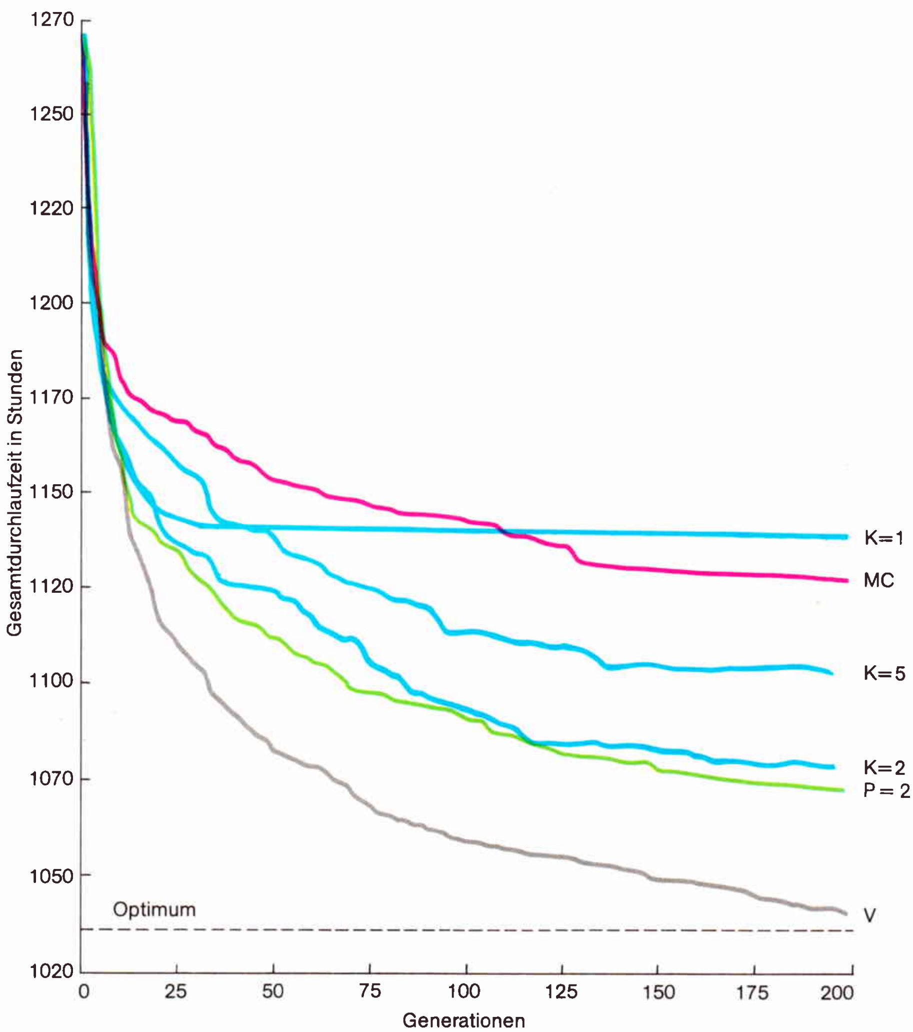

Bild 8: Die gemittelten Konvergenzverläufe einer einfachen und einer gewichteten Mutations-Selektions-Strategie für ein Problem der Maschinenbelegungsplanung mit 5 Maschinen und 15 Aufträgen zeigen, daß sich insbesondere die Strategie mit gewichteten Mutationen (V) sehr effizient dem Optimum nähert. Zum Vergleich ist wieder das Ergebnis der heute noch oft für solche Optimierungen eingesetzten Monte-Carlo-Methode (MC) hinzugefügt.

von einigen wenigen Variablen zu erreichen.

Begrenzte Variablengenauigkeit und der Kunstgriff, die Mutationen auf wenige Variable zu beschränken, bringen einen weiteren entscheidenden Vorteil: Die MUSE-Strategie läßt sich auch auf diskrete nichtlineare Optimierungsprobleme anwenden, die für ihre Komplexität berüchtigt sind (Bild 10). Ob das Genauigkeitsmaß für eine Variable bei 10^{-14}, 10^{-2} oder 1 liegt, spielt für die Funktionsweise der Strategie keine Rolle. Damit ermöglicht ein und dasselbe Verfahren die Optimierung im reellen, ganzzahligen und gemischt-ganzzahligen Zahlenbereich.

In der Destabilisierungsphase soll dann mit wenigen großen Schritten der gefundene (sub)optimale Bereich verlassen werden. Dabei stellt sich zunächst die Frage, was „groß" in diesem Zusammenhang bedeutet. Eine Möglichkeit zur problemgerechten Eingrenzung dieses relativen Begriffes ist die Einführung von Unter- und Obergrenzen für jede Variable. Die Intervallgrenzen sind in der Praxis durch die Begrenztheit der Ressourcen meist ohnehin vorgegeben. Als groß könnte dann eine Schrittweite gelten, deren Streumaß einem Fünftel des Intervalls entspricht.

Eine weitere Schwierigkeit ergibt sich daraus, daß in vielen Fällen nicht von vornherein erkennbar ist, ob der Lösungsraum von zusammenhängender Gestalt ist oder nicht. Besteht er nämlich aus getrennten Teilen, kann es trotz großer Schrittweiten schwierig sein, aus einem suboptimalen Bereich über eine verbotene Zone hinweg in einen anderen, zulässigen Bereich zu wechseln, der vielleicht das Globaloptimum beherbergt.

Durchtunneln unzulässiger Bereiche

In diesem Fall empfiehlt sich, in der Destabilisierungsphase auch solche Mutationen, die Restriktionsverletzungen bewirken, als erfolgreich zu bewerten, solange sie nicht über die Intervallgrenzen hinausführen. Nach Abbruch der Destabilisierungsphase kann es dann vorkommen, daß sich der neue Ausgangspunkt im unzulässigen Bereich befindet. In diesem Fall schließt sich als zweite Etappe eine Suchphase an, in der sich das Programm zurück in erlaubtes Territorium zu tasten sucht.

Die Suchphase operiert mit der gleichen gewichteten MUSE-Strategie wie die Stabilisierungsphase, nur daß jetzt die Verletzungen der Restriktionsungleichungen minimiert werden und nicht die eigentliche Zielfunktion. Demnach gelten alle die Mutationen als erfolgreich, welche die Zahl der Restriktionsverletzungen verringern oder zumindest nicht erhöhen. Zwar kann auch die Topologie der Restriktionsverletzungen suboptimale Bereiche aufweisen, doch lassen sich diese durch geeignete Adaptionsregeln überwinden. Erreicht die Schrittfolge einen Punkt, an dem keine Restriktion verletzt ist, wird die Suchphase abgebrochen, und die Regeln der Stabilisierungsphase treten wieder in Kraft.

Man kann sich leicht vorstellen, wie sich die drei Phasen zu einer Evolutionsstrategie kombinieren lassen, die selbständig ein Optimum nach dem anderen aufsucht. Der Algorithmus liegt in Form eines robusten PC-Programms namens AMPES (für adaptive Mehrphasen-Evolutionsstrategie) vor. Seine Wichtungs- und Adaptionsparameter habe ich in umfangreichen empirischen Testreihen aufeinander abgestimmt, so daß er in vielen Fällen anderen Programmen überlegen ist.

Die Handhabung des Programms ist denkbar einfach. Der Anwender muß als Unterprogramm Zielfunktion und Restriktionen seines nichtlinearen Optimierungsproblems eingeben, die Ober- und Untergrenze sowie das Genauigkeitsmaß für jede Variable definieren und die Zahl der Stabilisierungsphasen festlegen. Außerdem kann er über die Angabe einer Rechenstärke die Zahl der Mutationen pro Stabilisierungspha-

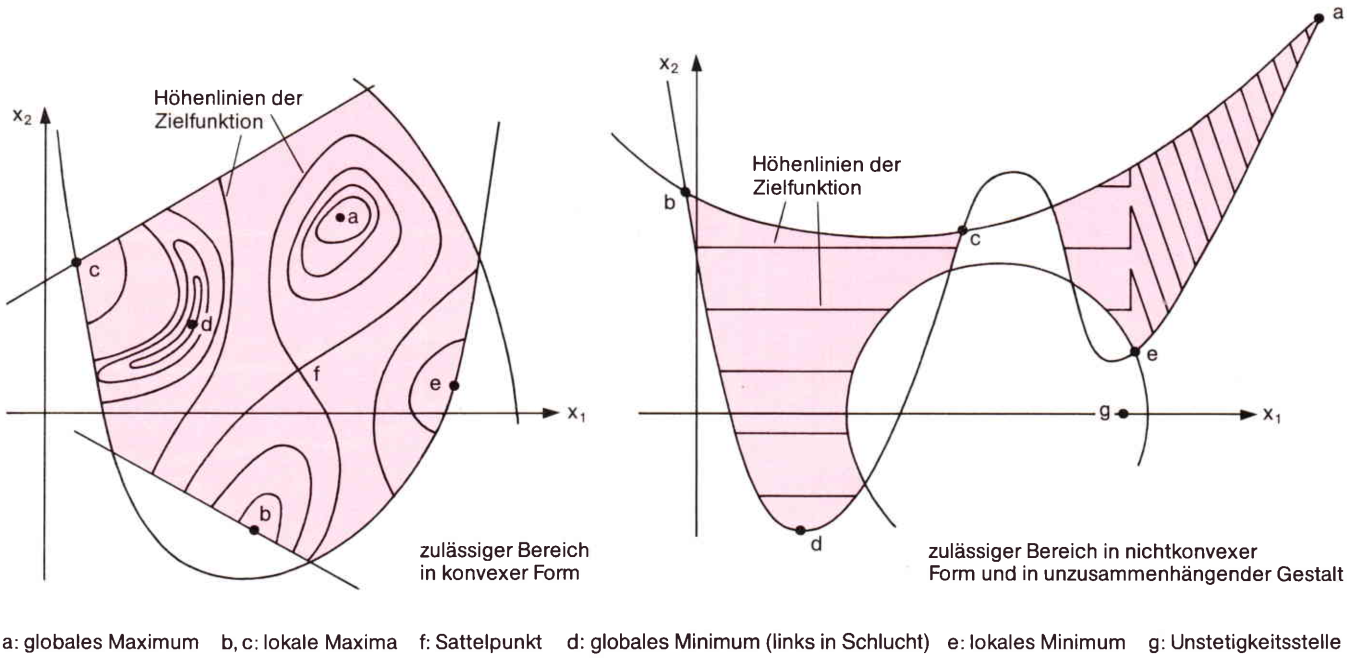

Bild 9: Bei nichtlinearen Optimierungen enthalten die Zielfunktion oder die Restriktionsungleichungen, die den zulässigen Bereich eingrenzen, nichtlineare Terme. Dadurch kann der Lösungsraum abenteuerliche Topologien haben und beispielsweise enge Schluchten oder Sattelpunkte aufweisen (links). Möglich ist auch, daß er eine nicht-konvexe Form hat (Einbuchtungen aufweist) oder in mehrere unzusammenhängende Gebiete zerfällt (rechts). Schließlich können Unstetigkeitsstellen auftreten, an denen sich der Wert der Zielfunktion abrupt ändert (Sprung der Höhenlinien im rechten Diagramm). All dies erschwert die Konstruktion eines allgemein anwendbaren Lösungsalgorithmus. Wegen der inhomogenen Topologie muß man zum Beispiel dafür sorgen, daß sich die Schrittweite der Mutationen automatisch den lokalen Gegebenheiten anpaßt. Außerdem ist sicherzustellen, daß sich die Schrittfolge nicht in lokalen Bereichen mit immer kleiner werdenden Erfolgsgebieten „festbeißt", daß sie lokale Suboptima überwindet und daß sie auch abgetrennte Lösungsbereiche aufzusuchen vermag (siehe Bild 10).

se beeinflussen. Alles weitere erledigt das Programm selbständig, so daß weder über die Problemordnungsstrukturen noch über den Optimierungsalgorithmus detaillierte Kenntnisse erforderlich sind.

Über die Phasenzahl und die Rechenstärke reguliert der Anwender die Zuverlässigkeit des Ergebnisses. Erwartet er mehrere Suboptima, sollte er eine Phasenzahl über eins wählen; problematischen Ordnungsstrukturen kann er mit einer Erhöhung der Rechenstärke begegnen.

Ausblick

Mit den drei unterschiedlichen und schwierigen Problemtypen, an denen hier die Leistungsfähigkeit von Evolutionsstrategien demonstriert worden ist, ist ihr Anwendungspotential sicherlich bei weitem noch nicht erschöpft. Bisher wurden ja nur die allereinfachsten Prinzipien der Evolution in Algorithmen übertragen, und doch ist es gelungen, das simple Wechselspiel von Versuch und Irrtum so zu steuern, daß man sich recht zielstrebig dem Optimum nähert. Durch Übernahme weiterer Evolutionsprinzipien sollte sich der Lösungsgang noch effizienter gestalten lassen. Viel erwarten darf man hier sicherlich von Parallelrechnern, auf denen die Prozesse der Populationsdynamik wesentlich besser simulierbar sind.

Der große Vorteil der Evolutionsstrategien liegt darin, daß sie nicht spezialisiert sind. Mit einer Handvoll einfacher Regeln läßt sich, wie die Natur vielfach bewiesen hat, fast jedes Problem lösen. Seine innere Struktur braucht dazu nicht bekannt zu sein; die Strategie selbst erkundet die Problemstruktur mittels eingebauter Lernprozesse. Dank dieser Allgemeinheit hat der Lösungsansatz von Evolutionsstrategien die besten Voraussetzungen, ein universelles Optimierungsverfahren zu werden.

Mit spezialisierten Programmen, die – wie bei der linearen Programmierung – bereits auf spezielle Ordnungsstrukturen ausgelegt sind, werden Evolutionsstrategien zwar vermutlich nicht konkurrieren können. Aber für diesen Problemkreis sind sie auch nicht gedacht. Ihre Stärke liegt vielmehr in der Behandlung komplexer vieldimensionaler Probleme, an denen deterministische Verfahren scheitern. Aus der Unzahl möglicher Anwendungsfälle sind sicherlich dynamische Probleme mit zeitlich wanderndem Optimum oder stochastische Probleme mit unscharfen Randbedingungen (Zielfunktion und Restriktionen unterliegen zufallsbedingten Störungen) interessant. Beide

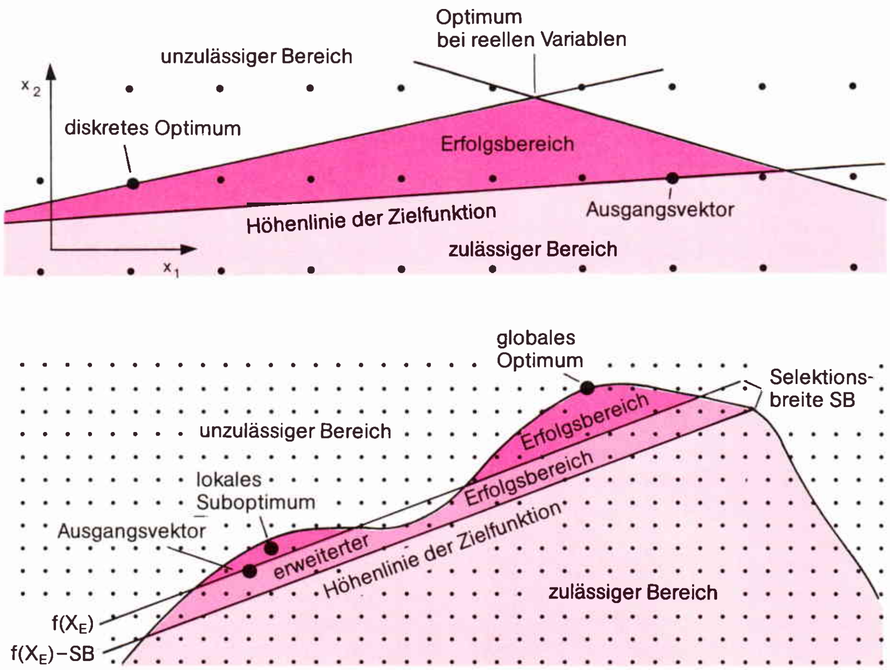

Bild 10: Bei der diskreten nichtlinearen Optimierung setzt sich der Lösungsraum aus einzelnen („diskreten") Punkten zusammen. Dadurch lassen sich insbesondere in Randzonen Qualitätsverbesserungen oft lediglich durch die Variation weniger Variablen erreichen. Im gezeigten zweidimensionalen Beispiel (oben) kann eine Mutation nur noch erfolgreich sein, wenn sie allein die Variable x_1 verändert. Ein anderes Hilfsmittel in unbequemen Randzonen ist die Erweiterung des Erfolgsbereichs (unten). Durch eine variable Selektionsbreite wird der Strategie ermöglicht, auch über qualitativ schlechtere Punkte zu besseren Lösungen zu gelangen. Die Beschränkung auf die Änderung weniger Variablen und das „weiche" Selektionsprinzip sind auch bei der Optimierung im reellen Zahlenbereich günstig. Das diskrete und das kontinuierliche Optimum liegen im oberen Beispiel übrigens weit auseinander.

Fälle spiegeln nicht nur die natürlichen Umweltbedingungen der Evolution wider, sondern stehen auch für viele Situationen im Wirtschaftsgeschehen.

Man könnte sogar noch einen Schritt weiter gehen und versuchen, ein Programm zu entwerfen, das selbständig den Lösungsalgorithmus für ein Optimierungsproblem entwickelt und es dann damit löst. Dazu müßte es auf einen Verfahrensfundus aus Evolutionsprinzipien zurückgreifen, die in kalkülisierter Form zur Verfügung stehen.

Nach Eingabe der Problemstellung sollte das Programm als erstes den Variablenraum mit der richtigen Metrik konstruieren können. Denkbar wäre, daß es auch dazu einen vorher eingegebenen Fundus an Metriken heranzieht, deren Eignung für MUSE-Strategien es in empirischen Testreihen prüft. Das gleiche könnte es mit Wichtungsformen, Adaptionsregeln und anderen Evolutionsprinzipien machen. Dabei simuliert es gewissermaßen Strategiewettkämpfe und generiert auf Grund des Selektionsdruckes immer bessere Strategien. Der Sieger bei dieser Meta-Evolution von Evolutionsstrategien würde schließlich zur Optimierung des Ausgangsproblems herangezogen.

In einer weiteren Ausbaustufe wäre denkbar, den Verfahrensfundus selbst sich über evolutionäre Spielregeln erweitern zu lassen. Damit wäre eine Form der Selbstorganisation künstlicher Programme geschaffen. Allerdings dürfte die selbständige Erfassung neuer Problemarten durch das Programm, beispielsweise im Mensch-Maschinen-Dialog, noch einiges Kopfzerbrechen bereiten.

Schließlich lassen sich Evolutionsstrategien auch auf Probleme anwenden, die nicht explizit als Optimierungsprobleme beschrieben sind – etwa solche aus der Spieltheorie oder der Mustererkennung. Generell gesehen könnte das Mutationsprinzip als eine Art Thesengenerator zum jeweiligen Modell aufgefaßt werden: Gegebene Aussagen werden variiert (oder neue erzeugt), dann auf ihre Konsistenz und Relevanz geprüft und bei Unbrauchbarkeit wieder fallengelassen. Auch bei der Optimierung entspricht ja jeder Mutationsschritt dem Aufstellen der These, mit ihm werde eine Annäherung an das Optimum erreicht.

Wie man sieht, steht den Evolutionsstrategien noch eine Fülle von Anwendungen offen. Die Vielfalt an Methoden und Spielarten der natürlichen Evolution hat sich der Mensch noch längst nicht in ihrem vollen Potential für die Lösung seiner Probleme erschlossen.